



MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Viernes 5 de noviembre de 2010 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste toda la sección A en los espacios provistos.
- Sección B: conteste toda la sección B en las hojas de respuestas provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

Se tira un dado normal 36 veces. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Puntuación	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	3	5	4	6	10	8

- (a) Escriba el valor de la desviación típica. [2 puntos]
- (b) Escriba la mediana de las puntuaciones. [1 punto]
- (c) Halle el rango intercuartil. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

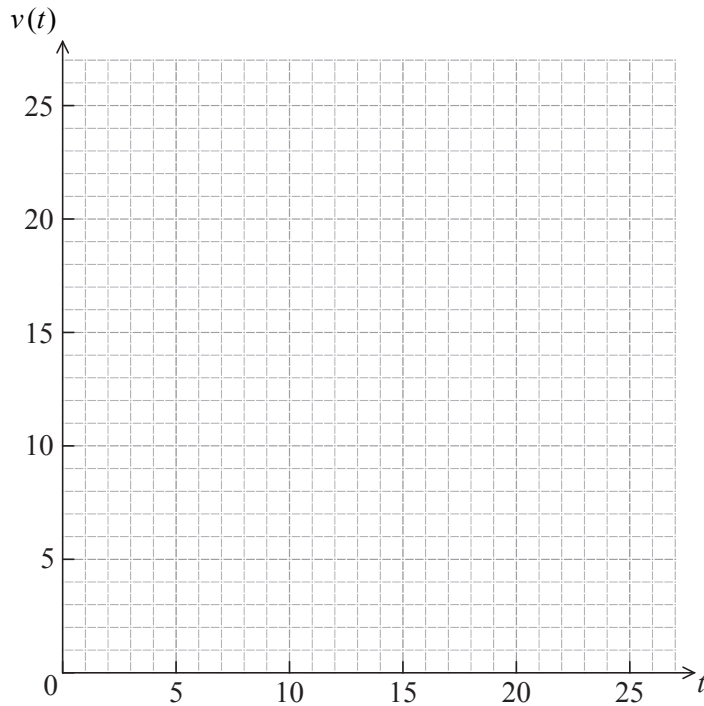


2. [Puntuación máxima: 7]

La velocidad, $v \text{ ms}^{-1}$, de un objeto en el instante t segundos viene dada por $v(t) = 15\sqrt{t} - 3t$, para $0 \leq t \leq 25$.

- (a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente la gráfica de v , e indique claramente el punto máximo.

[3 puntos]



Sea d la distancia recorrida en los primeros nueve segundos.

- (b) (i) Escriba una expresión para d .
- (ii) A partir de lo anterior, escriba el valor de d .

[4 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

El n -ésimo término de una progresión aritmética viene dado por $u_n = 5 + 2n$.

(a) Escriba la diferencia común. [1 punto]

(b) (i) Sabiendo que el n -ésimo término de esta progresión es 115, halle el valor de n .

(ii) Para este valor de n , halle la suma de los términos de la progresión. [5 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 7]

Sea $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, para $k > 0$. El ángulo que forman \mathbf{v} y \mathbf{w} es igual a $\frac{\pi}{3}$.

Halle el valor de k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

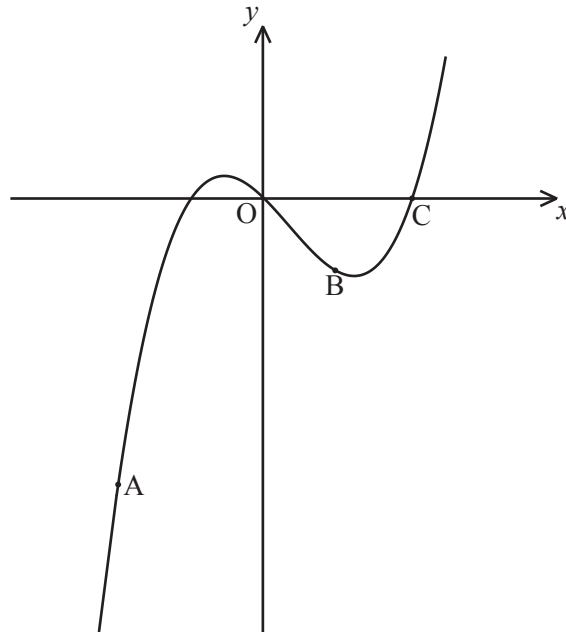
.....

.....



5. [Puntuación máxima: 7]

Considere la función $f(x) = px^3 + qx^2 + rx$. A continuación se muestra parte de la gráfica de f .



La gráfica pasa por el origen O y por los puntos A(-2, -8), B(1, -2) y C(2, 0).

(a) Halle tres ecuaciones lineales en p , q y r . [4 puntos]

(b) A partir de lo anterior halle el valor de p , de q y de r . [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

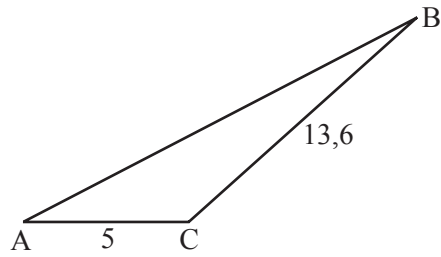
.....

.....



6. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra el triángulo ABC.



*la figura no está
dibujada a escala*

El ángulo en C es obtuso, $AC = 5 \text{ cm}$, $BC = 13,6 \text{ cm}$ y el área es igual a 20 cm^2 .

(a) Halle $\hat{A}CB$.

[4 puntos]

(b) Halle AB.

[3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 5]

Sea $f'(x) = -24x^3 + 9x^2 + 3x + 1$.

(a) En la gráfica de f hay dos puntos de inflexión. Escriba las coordenadas x de estos puntos. [3 puntos]

(b) Sea $g(x) = f''(x)$. Explique por qué en la gráfica de g no hay ningún punto de inflexión. [2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



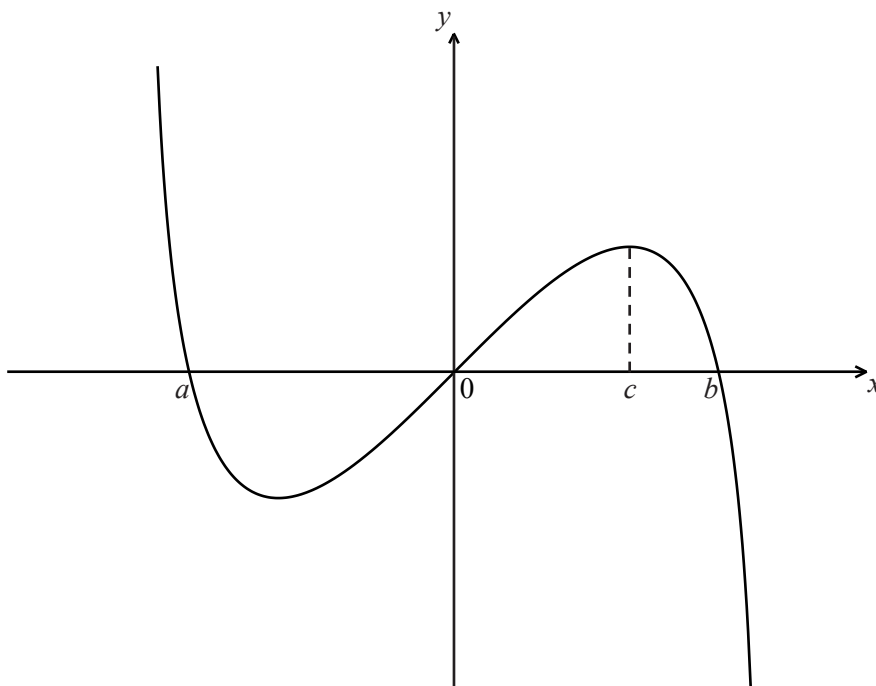
NO escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 12]

Sea $f(x) = x \ln(4 - x^2)$, para $-2 < x < 2$. A continuación se muestra la gráfica de f .



La gráfica de f corta al eje x en $x = a$, $x = 0$ y $x = b$.

(a) Halle el valor de a y de b . [3 puntos]

La gráfica de f tiene un valor máximo en $x = c$.

(b) Halle el valor de c . [2 puntos]

(c) La región situada bajo la gráfica de f , entre $x = 0$ y $x = c$, es rotada 360° alrededor del eje x . Halle el volumen del sólido así generado. [3 puntos]

(d) Sea R la región delimitada por la curva, el eje x y la recta $x = c$, entre $x = a$ y $x = c$.

Halle el área de R . [4 puntos]



NO escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

9. [Puntuación máxima: 17]

Un examen consta de cinco preguntas. Para aprobar el examen, hay que responder correctamente al menos tres de las preguntas.

La probabilidad de que Mark responda una pregunta correctamente es igual a $\frac{1}{5}$.
Sea X el número de preguntas que Mark responde correctamente.

(a) (i) Halle $E(X)$.

(ii) Halle la probabilidad de que Mark apruebe el examen. [6 puntos]

Bill también hace el examen. Sea Y el número de preguntas que Bill responde correctamente. La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad correspondiente a Y .

y	0	1	2	3	4	5
$P(Y = y)$	0,67	0,05	$a + 2b$	$a - b$	$2a + b$	0,04

(b) (i) Compruebe que $4a + 2b = 0,24$.

(ii) Sabiendo que $E(Y) = 1$, halle a y b . [8 puntos]

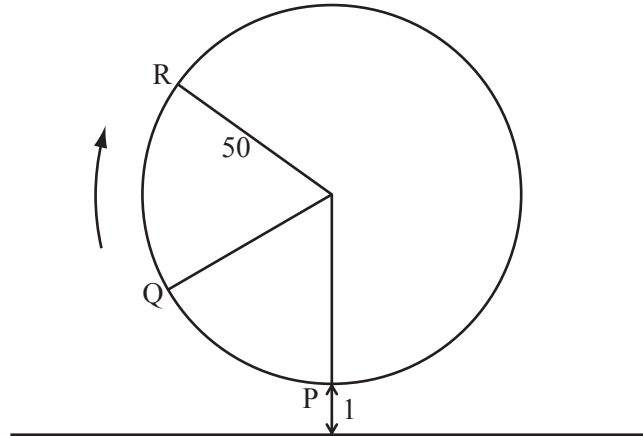
(c) Halle cuál de los alumnos es más probable que apruebe el examen. [3 puntos]



NO escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

10. [Puntuación máxima: 16]

El siguiente diagrama representa una noria de gran tamaño situada en un parque de atracciones. Los puntos P, Q y R representan diversas posiciones de uno de los asientos de la noria.



La noria tiene un radio de 50 metros, y rota en el sentido de las agujas del reloj a razón de una revolución cada 30 minutos.

Un asiento dado empieza desde el punto más bajo, P, en el que se encuentra a una altura de un metro del suelo.

- (a) Halle a qué altura del suelo estará el asiento al cabo de 15 minutos. [2 puntos]
- (b) Al cabo de seis minutos, el asiento se encuentra en el punto Q. Halle a qué altura del suelo estará cuando pase por Q. [5 puntos]

La altura del asiento sobre el nivel del suelo al cabo de t minutos puede ser modelizada por la función $h(t) = 50 \sin(b(t - c)) + 51$.

- (c) Halle el valor de b y de c . [6 puntos]
- (d) A partir de lo anterior halle para qué valor de t se encontrará el asiento a 96 m del suelo, por primera vez. [3 puntos]

